

OLIMPIADA SATELOR BĂCĂUANE

MATEMATICĂ- ETAPA JUDEȚEANĂ

Barem CLASA a VII-a

19.03.2016

Problema 1. (7 puncte)

a) Arătați că numărul $N = \sqrt{4+\sqrt{7}} \cdot \sqrt{4-\sqrt{7}} \cdot \sqrt{8+\sqrt{15}} \cdot \sqrt{8-\sqrt{15}}$ este întreg.

b) Calculați: $\left[999 - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{999}{1000} \right) \right] : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1000} \right)$.

Soluție:

a) $N = \sqrt{(4+\sqrt{7})(4-\sqrt{7})(8+\sqrt{15})(8-\sqrt{15})} = \sqrt{(16-7)(64-15)} = 3 \cdot 7 = 21 \in \mathbb{Z} \dots\dots\dots 3p$

b) $\left[\underbrace{1+1+\dots+1}_{999 \text{ termeni}} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{999}{1000} \right) \right] : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1000} \right) = \dots\dots\dots 1p$

$\left[\left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(1 - \frac{2}{3} \right) + \dots + \left(1 - \frac{999}{1000} \right) \right] : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1000} \right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1000} \right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1000} \right) = 1 \dots\dots\dots 3p$

Problema 2. (7 puncte)

a) Arătați că $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}$.

b) Determinați rotunjirea la întregul cel mai apropiat a numărului $a = (3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^{-1}$.

Soluție: a) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6} \dots\dots\dots 2p$

$\frac{1}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{6} \Leftrightarrow (3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3}) = 6$, ceea ce este adevărat.....1p

b) Din punctul a), rezultă că $a = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots 1p$

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow 0,70 < \frac{1}{\sqrt{2}} < 0,71 \dots\dots\dots 1p$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow 0,57 < \frac{1}{\sqrt{3}} < 0,58$. Deci $1,27 < a < 1,29 \dots\dots\dots 1p$

Întregul cel mai apropiat este 1.....1p

Problema 3. (7 puncte)

Dintr-o bucată dreptunghiulară de tablă cu aria de 117 dm^2 s-a tăiat o bucată dreptunghiulară ce are aria de 36 dm^2 . Aflați dimensiunile bucății inițiale, știind că bucata rămasă după tăiere are formă de pătrat.

Soluție: $A_{\text{bucată rămasă}} = 117 \text{ dm}^2 - 36 \text{ dm}^2 = 81 \text{ dm}^2 \dots\dots\dots 1p$

Bucata rămasă are formă pătrată $\Rightarrow l^2 = 81 \text{ dm}^2$, de unde $l = 9 \text{ dm}$, unde l este lungimea laturii pătratului....2p

Latura pătratului este egală cu lățimea dreptunghiului.....2p

$L \cdot l = 117 \text{ dm}^2 \Rightarrow L = 13 \text{ dm} \dots\dots\dots 2p$

Problema 4. (7 puncte)

În trapezul dreptunghic ABCD ($AB \parallel CD$, $m(\angle A) = m(\angle D) = 90^\circ$) se cunosc $AB = 4 \text{ cm}$ și $CD = 6 \text{ cm}$. Semidreapta (CA este bisectoarea unghiului $\angle BCD$).

a) Arătați că triunghiul ABC este isoscel.

b) Dacă $AD \cap BC = \{M\}$, calculați MC.

Soluție: Desen corect.....1p

a) $\angle BAC \equiv \angle BCA \Rightarrow \triangle ABC$ este isoscel.....2p

b) $\triangle ABC$ este isoscel $\Rightarrow BC = AB = 4 \text{ cm}$1p

$\triangle MAB \sim \triangle MDC \Rightarrow MB = 8 \Rightarrow MC = 12 \text{ cm}$3p

“Matematică, matematică, matematică, matematică,.....
Atâta matematică? Nu! Mai multă!”

Felicitări!

(Grigore Moisil)